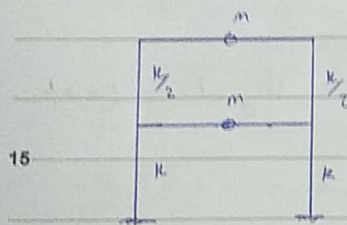


$$e \leq \text{Mac} (i, j) = \frac{(\{\phi^A\}_i^T \{\phi^B\}_j)^2}{(\{\phi^A\}_i^T \{\phi^A\}_i)(\{\phi^B\}_j^T \{\phi^B\}_j)}$$

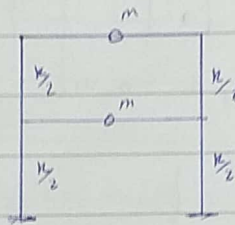
درستی Mac:

5 $\{\phi^A\}_i$ بردار دوری سازه سالم در مورد نام $\{\phi^B\}_j$ بردار دوری سازه آسیب دیده در مورد نام

نکته: Mac یک باشد یعنی سازه سالم است و هر چه به سمت صفر برود، یعنی سازه مشکل دارد. این روشی فقط برای ما آسیب دیدن سازه را معلوم می کند، اما جاهای آسیب را مشخص نمی کند.



سازه سالم



سازه آسیب دیده

مثال:

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 3k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

سازه سالم:

$$|[K] - \omega^2 [M]| = 0$$

$$\begin{vmatrix} 3k - m\omega^2 & -k \\ -k & k - m\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(3k - m\omega^2)(k - m\omega^2) - k^2 = 0$$

$$(3 - \frac{m}{k}\omega^2)(1 - \frac{m}{k}\omega^2) - 1 = 0$$

$$(3 - X)(1 - X) - 1 = 0 \Rightarrow X_1 = 0.586$$

$$X_2 = 3.414$$

$$\omega_1^2 = 0.586 \omega_s^2$$

$$\omega_2^2 = 3.414 \omega_s^2$$

$$\omega_s^2 = \frac{k}{m}$$

$$\frac{\omega^2}{\omega_s^2} = X$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

$$\begin{bmatrix} 3k - 0.586 m \times \frac{k}{m} & -k \\ -k & k - m \times 0.586 \frac{k}{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2.414 k & -k \\ -k & 0.415 k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

 $\phi_{11} = 1$ با فرض

$$2.414 \times 1 - \phi_{21} = 0 \rightarrow \phi_{21} = 2.414$$

$$\begin{bmatrix} 3k - m \times (3.414 \frac{k}{m}) & -k \\ -k & k - m \times (3.414 \frac{k}{m}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.412 k & -k \\ -k & -2.414 k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$-0.412 \times 1 - \phi_{22} = 0 \rightarrow \phi_{22} = -0.412$$

 $\phi_{12} = 1$ با فرض

$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2.414 \end{Bmatrix}$$

$$\phi_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.412 \end{Bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

ارزایابی دیرینه:

$$|[K] - \omega^2 [M]| = 0$$

$$\begin{vmatrix} 2k - \omega^2 m & -k \\ -k & k - m\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(2k - m\omega^2)(k - m\omega^2) - k^2 = 0$$

$$(2 - \frac{m}{k}\omega^2)(1 - \frac{m}{k}\omega^2) - 1 = 0$$

$$(2 - X)(1 - X) = 1 \Rightarrow X_1 = 0.382 \rightarrow \omega_1^2 = 0.382 \omega_s^2$$

$$X_2 = 2.618 \rightarrow \omega_2^2 = 2.618 \omega_s^2$$

$$\omega_s^2 = \frac{k}{m}$$

$$\frac{\omega^2}{\omega_s^2} = X$$

$$\begin{bmatrix} 3k - m \times 0.382 \times \frac{k}{m} & -k \\ -k & k - m \times 0.382 \times \frac{k}{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.618k & -k \\ -k & 0.618k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$\phi_{11} = 1$ با فرض

$$1.618 \times \phi_{11} - \phi_{21} = 0 \rightarrow \phi_{21} = 1.618$$

$$\begin{bmatrix} 3k - m \times 2.618 \times \frac{k}{m} & -k \\ -k & k - m \times 2.618 \times \frac{k}{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.618k & -k \\ -k & -1.618k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$\phi_{12} = 1$ با فرض

$$-0.618 \times 1 - \phi_{22} = 0 \rightarrow \phi_{22} = -0.618$$

$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.618 \end{Bmatrix} \quad \phi_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.618 \end{Bmatrix}$$

$$MAC(1,1) = \frac{\left(\langle 1 \quad 2.414 \rangle \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.618 \end{Bmatrix} \right)^2}{\langle 1 \quad 2.414 \rangle \begin{Bmatrix} 1 \\ 2.414 \end{Bmatrix} \langle 1 \quad 1.618 \rangle \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.618 \end{Bmatrix}} = 0.974$$

$$MAC(2,2) = \frac{\left(\langle 1 \quad -0.914 \rangle \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.618 \end{Bmatrix} \right)^2}{\langle 1 \quad -0.914 \rangle \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.914 \end{Bmatrix} \langle 1 \quad -0.618 \rangle \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.618 \end{Bmatrix}} = 0.970$$